



Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Факультет довузовской подготовки

Программа дисциплины

Математика

Автор программы: Кривцун Игорь Леонидович

Утверждена на заседании департамента математики факультета экономических наук
« 28» августа 2018 г.

Руководитель департамента Ф.Т. Алескеров

Москва, 2018

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям слушателя и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину и слушателей факультета довузовской подготовки направления «Экономика».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом государственного образовательного бюджетного учреждения высшего образования «Государственный университет – Высшая школа экономики», в отношении которого установлена категория «Национальный исследовательский университет»;
- Требованием к освоению дополнительных общеобразовательных программ, обеспечивающих подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке (утв. [приказом](#) Министерства образования и науки РФ от 3 октября 2014 г. N 1304).

2. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Математика» - поддержка дисциплин математического и естественнонаучного цикла направления «Экономика»; дисциплина предназначена для слушателей, желающих улучшить и пополнить свои знания по школьному курсу элементарной математики, используемые в дисциплинах указанного цикла.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент должен:

- ☑ Усвоить основы элементарной математики, необходимые для дальнейшего изучения дисциплин математического и естественнонаучного цикла, предусмотренных Базовым и Рабочим учебными планами подготовки бакалавра;
- ☑ Уметь применять знания элементарной математики для решения задач, возникающих в дисциплинах других циклов и требующих соответствующих знаний.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС / НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Универсальные общенаучные	ОНК-3	Владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения	Стандартные (лекционно-семинарские)



Компетенция	Код по ФГОС / НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Инструментальные	ИК-4	Готовность работать с информацией из различных источников	Стандартные (лекционно-семинарские)
Социально-личностные и общекультурные	СЛК-1	Способность логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь	Стандартные (лекционно-семинарские)
Социально-личностные и общекультурные	СЛК-4	Способность к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства	Стандартные (лекционно-семинарские)
Социально-личностные и общекультурные	СЛК-5	Способность критически оценивать свои достоинства и недостатки, наметить пути и выбрать средства развития достоинств и устранения недостатков	Стандартные (лекционно-семинарские)

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Изучение данной дисциплины в первую очередь базируется на Требованиях к освоению дополнительных общеобразовательных программ, обеспечивающих подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке (утв. [приказом](#) Министерства образования и науки РФ от 3 октября 2014 г. N 1304).

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- Основами школьных знаний по элементарной математике;
- Навыками решения простейших типовых задач этих дисциплин, полученных средней школе.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении в бакалавриате следующих дисциплин:

- Математический анализ;
- Алгебра и геометрия;
- Дискретная математика;
- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Эконометрика;
- Методы оптимизации;
- Теория игр и исследование операций;
- Теория полезности и принятия решений.



Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1.	Числовые функции и их свойства	74		32		42
2.	Числовые уравнения, их совокупности и системы	40		16		24
3.	Числовые неравенства, их совокупности и системы	40		16		24
4.	Элементы дифференциального исчисления	74		32		42
Итого:		228	0	96	0	132

5. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	Год	Параметры
		Модуль	
Текущий	Работа на семинарских занятиях	3-4	Каждый ответ у доски составляет 0,1 от максимальной оценки по десятибалльной шкале
Текущий	Контрольная работа	3	Письменная работа в аудитории в течение 80 минут
Итоговый	Экзамен	4	Письменный экзамен в течение 120 минут

5.1 Критерии оценки знаний, навыков

Для прохождения контроля студент должен продемонстрировать знания основных понятий, их свойств и умение решать типовые задачи, разобранные на семинарских занятиях.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

6. Содержание дисциплины

Раздел I. Числовые функции и их свойства

Тема 1. Определение функции, числовые функции и их простейшие свойства

Интуитивное представление о функции как соответствии между элементами двух множеств. Область определения; множество значений функции. Числовая функция числового ар-



гумента. Способы ее задания. Простейшие свойства функций: монотонность на промежутке, четность и нечетность, периодичность. Выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба графика функции. Интуитивное представление о непрерывной функции на промежутке. Теорема Больцано-Коши. Арифметические операции над числовыми функциями. Композиция функций. Обратимость функции; обратная функция; основные свойства обратной функции. Пример обратимой функции, всюду разрывной и немонотонной ни на каком промежутке.

Тема 2. Элементарные функции

Основные элементарные функции; их свойства и графики. Понятие элементарной функции. Модуль действительного числа и его свойства. Геометрические свойства модуля числа. Простейшие преобразования функций. Построение графика функции в случае ее элементарного преобразования.

Литература :

основная: [Б1], гл. VI, с.271-319; [1], гл. 3, с.109-162.

Раздел II. Числовые уравнения, их совокупности и системы

Тема 3. Стратегия и простейшие методы решения уравнений в общем случае

Числовое уравнение с одной неизвестной; определение его решения. Графический метод решения числовых уравнений. Равносильные уравнения. Простейшие методы перехода от данного уравнения к равносильному. Замена переменной в уравнении. Уравнение, равносильное совокупности уравнений. Уравнение как следствие другого уравнения или совокупности уравнений.

Тема 4. Решение различных типов уравнений

Линейные и квадратные уравнения. Теорема Виета. Алгебраические уравнения высоких степеней с целочисленными коэффициентами; их свойства. Подбор рационального корня алгебраического уравнения с последующим переходом к решению алгебраического уравнения меньшей степени. Простейшие свойства степеней с любыми показателями. Показательные уравнения. Логарифм как решение простейшего показательного уравнения. Основные свойства логарифма. Логарифмические уравнения. Иррациональные уравнения.

Тема 5. Системы и совокупности числовых уравнений

Системы и совокупности числовых уравнений с одной неизвестной; множества их решений. Числовые уравнения с несколькими неизвестными; определение его решения. Системы и совокупности числовых уравнений с несколькими неизвестными; определение их решений. Равносильные системы и совокупности. Простейшие методы перехода от данной системы к равносильной. Графическое решение систем с двумя неизвестными в простейших случаях.

Литература :

основная: [Б1], гл. III, с.109-124, 134-169; гл. IV, с.170-197, 134-169; VII, с.320-376; [1], гл. 2, с.76-108; гл. 4, с.163-193; гл. 10, с.341-365;

дополнительная: [2], раздел 1, §§ 1.1-1.8 с.9-50, раздел 5, §§ 5.1-5.2 с.167-175; [3], ч.I, темы 1-4, 6-7, 9, 11; [4], ч.I, §§ 2, 5.



Раздел III. Числовые неравенства, их совокупности и системы

Тема 6. Стратегия и простейшие общие методы решения числовых неравенств

Числовое неравенство с одной неизвестной; определение его решения. Совокупности и системы числовых неравенств с одной неизвестной. Графический метод решения числовых неравенств. Равносильные неравенства. Простейшие методы перехода от данного неравенства к равносильному. Неравенство, равносильное совокупности неравенств и систем неравенств. Метод интервалов; его интуитивное обоснование.

Тема 7. Решение различных типов числовых неравенств

Решение линейных, квадратных и дробно-линейных неравенств. Решение показательных и логарифмических неравенств. Решение иррациональных неравенств.

Литература :

основная: [Б1], гл. III, с.124-134; гл. VIII, с.377-441; [1], гл. 6, с.216-238; гл. 10, с.365-370;

дополнительная: [2], раздел 2, §§ 2.1-2.3, с.51-61, раздел 5, §§ 5.3, с.175-178; [3], ч.I, темы 5, 9, 11; [4], ч.I, § 6.

Раздел IV. Элементы дифференциального исчисления

Тема 8. Предел и непрерывность функции

Вещественные числа и их основные свойства. Числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Сходящиеся последовательности и их основные свойства. Монотонные последовательности. Число e . Понятие предела функции; различные виды пределов. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями. Вертикальные и горизонтальные асимптоты. Понятие непрерывности функции. Основные свойства непрерывных функций.

Тема 9. Производная функции и её применение при исследовании функции

Понятие производной и ее геометрический смысл. Таблица простейших производных. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Вторая производная. Применение пределов и производных к исследованию функций. Построение схемы графика функции. Методы приближенного вычисления корней уравнения.

Литература :

основная: [Б2], гл. 1, с.10-19; гл. 2, с.20-34; гл. 4, с.69-97; гл. 5, с.104-120; гл. 6, с.140-151, с. 156-159.

7. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

7.1 Примерная тематика заданий на семинарских занятиях в I-II модулях

□ Постройте график функции (обязательно указав на чертеже координаты точек пересечения графика с осями, все его опорные и идентифицирующие точки):



1. $y = |3 - 3^{|x|-3}|$,

2. $y = |ctg |3x||$,

3. $y = 2 - \frac{1}{|1 - |x||}$.

2. Построив график функции, найдите множество (область) её значений:

1. $y = |\lg |x - 4|| + 1$,

2. $y = 1 - \sqrt{|x| - 2}$.

3. Постройте график функции, обратной к данной функции (располагая область определения обратной функции на горизонтальной оси):

1. $y = \log_2(-x)$,

2. $y = \frac{\pi}{2} + \arcsin(x - 1)$,

3. $y = \begin{cases} 2 - x, & x \in (-\infty; 2) \\ \sqrt{x - 2}, & x \in [2; +\infty) \end{cases}$.

4. Решите графически уравнение:

1. $|x^2 - 6|x| + 8| + |x - 3| = 1$,

2. $\begin{pmatrix} 3 - x^2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}; 2^{|x|} = 1$,

3. $\frac{1}{x^2} \log_2(|x| + 1) = -1$,

4. $\sqrt[4]{|x| + 1} - \cos \pi x = 0$,

5. $4 \arccos(-2x) + 2x + 1 = 0$.

5. Вычислите:

1. $-\log_3 \log_3 \sqrt[3]{3}$,

2. $\left(81^{\frac{1 - 1}{4} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$.

6. Решите уравнения:

1. $(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})^3 + (\sqrt{x+1} + \sqrt{x})^2 = 2$,

2. $\log(4 \cdot 3^x - 6) - \log(9^x - 6) = 1$,

3. $3 \cdot 4^{\log_x 2} - 46 \cdot 2^{\log_x 2 - 1} = 8$,

4. $27x^{\log_{27} x} = x^{10/3}$.



7 Решите неравенства:

1. $4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 \geq 0$,

2. $\log_5 x + \log_{25} x < \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{3}$,

3. $4^{1+\sqrt{9-x^2}} + 2 < 9 \cdot 2^{\sqrt{9-x^2}}$.

8 Решите графически неравенства:

1. $18 - x^2 \geq \log(-x)$,

2. $\left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| > 2^x - 1$,

3. $\left| \frac{x-2}{x-3} \right| < \frac{2}{\pi} \arccos \frac{x}{2}$.

7.2 Примеры заданий контрольной работы

1 Решите графически уравнения

a) $x|2^x - 1| = 1$,

b) $|x^2 - 2|x|| + \left| \cos \frac{\pi x}{4} \right| = 0$.

2 Решите графически неравенства

a) $\log_4(x+1) \leq \sqrt{4-x}$,

b) $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} |x| > \arcsin(x+1)$.

3 Решите уравнения

b) $\log_2(4^x + 4) = x + \log(2^{x+1} - 3)$,

в) $(\sqrt{x})^{\lg x} - \sqrt{100x} = 0$.

4 Решите неравенства

a) $\log_2 x < \log_{0,5}(4x-1) - 1$,

b) $\sqrt{x^2 + 4x - 5} \geq 2x - 3$.

7.3 Примеры заданий экзаменационной работы

- ❶ Вычислите значение выражения (*выберите правильный ответ*)

$4^{2 \log_8 27}$	a) 9
	б) 81
	в) 16
	г) 8

- ❷ Вычислите предел (*выберите правильный ответ*)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - x + 9}{2x^2 - 3}$	a) $+\infty$
	б) 3
	в) 0
	г) -3

- ❸ Найдите сумму корней уравнения $3x^2 + 123x + 17 = 0$ (*выберите правильный ответ*)

$x_1 + x_2 =$	a) -41
	б) 24
	в) 17
	г) -123

- ❹ Выберите график соответствующий описанию (*выберите правильный ответ*)

<i>График выпуклой вверх функции, имеющей точку экстремума</i>	А) 	Б)
	В) 	Г)



5 Что надо сделать с графиком функции $y = f(x)$, чтобы получить график функции $y = f(x) + a$ ($a > 0$)? (выберите правильный ответ)

a) Отобразить симметрично относительно оси ординат
б) Сдвинуть вверх на a
в) Сдвинуть влево на $-a$
г) Повернуть на угол $\arccos a$

6 Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$ (выберите правильный ответ)

Область определения есть	a) $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
	б) $(-\infty, +\infty)$
	в) $(-3, -1)$
	г) $(-\infty, -3] \cup [-1, +\infty)$

7 Найдите производную функции $y = x \sin x - x^2$ (выберите правильный ответ)

$(x \sin x - x^2)' =$	a) $x \sin x - x^2$
	б) $x \cos x - 2x^2$
	в) $x \cos x - 2x - \operatorname{tg} x$
	г) $\sin x + x \cos x - 2x$

8 Решите неравенство $\frac{\sqrt{x+1}}{\log_2(2-x)} \geq 1$.

Решение:



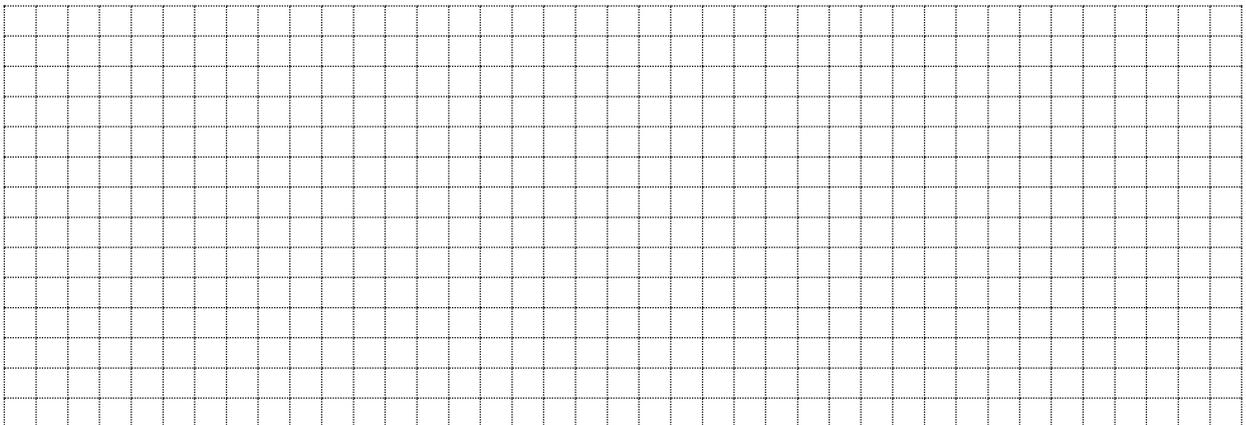
Ответ :

9 Исследуйте функцию $y = x^2 + \frac{2}{x}$ и постройте ее график. При исследовании укажите:

- Область определения функции;
- Точки пересечения графика с осями координат;
- Промежутки монотонности (убывания, возрастания) и точки экстремума;
- Промежутки выпуклости (вверх, вниз) и точки перегиба;
- Асимптоты графика (если они существуют).

Решение:

График функции :





8. Порядок формирования оценок по дисциплине

Накопленная оценка учитывает результаты работы студента по текущему контролю в модуле.

Результирующая оценка за дисциплину выставляется по следующей формуле

$$O_{итог} = 0,75 \cdot O_{экзамен} + 0,25 \cdot O_{накопл.},$$

где $O_{экзамен}$ – оценка за письменный экзамен и $O_{накопл.}$ – накопленная оценка, которая рассчитывается по формуле

$$O_{накопл.} = 0,75 \cdot O_{кр} + 0,25 \cdot O_{текущ.},$$

где $O_{кр}$ – оценка за контрольную работу, $O_{текущ.}$ – итоговая оценка за работу на семинарских занятиях.

Способ округления итоговой оценки производится по обычным правилам арифметики.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1 Базовые учебники

[Б1] Потапов М.К., Александров В.В., Пасиченко П.И. *Алгебра и анализ элементарных функций*. – М.: НТЦ «Университетский», 1997.

[Б2] Шипачев В.С. *Высшая математика*. – М.: «Высшая школа», 1990.

9.2 Основная литература

[1] Мордкович А.Г. *Алгебра и начала анализа*. – М.: Высшая школа, 1979.

9.3 Дополнительная литература

[2] Шарыгин И. Ф. *Математика для поступающих в вузы: учебное пособие* / И. Ф. Шарыгин. — 6-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2006.

[3] *Математика: Сборник задач с решениями для поступающих в вузы*. / Под ред. В.М. Говорова, Н.В. Мирошина - М.: ООО «Издательство Астрель», ООО «Издательство АСТ», 2002.

[4] *3000 конкурсных задач по математике. 2 изд., испр. и доп.* - М.: Рольф, Айрис-пресс, 1998.